

La proportionnalité

Définition : Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque l'une évolue de la même manière que l'autre.

Exemple : Si une baguette coûte 0,90€, 10 baguettes coûteront 10 fois plus cher, soit $0,90 \times 10 = 9 \text{ €}$

Attention, toutes les grandeurs ne sont pas proportionnelles entre elles ! Par exemple, si à un an on mesure 0,70m, à 10 ans on ne va pas mesurer 10 fois plus ! (7 mètres !)

Lorsqu'une situation est proportionnelle, on présente souvent les valeurs dans un tableau de proportionnalité.

1. Le tableau de proportionnalité

Définition : Un tableau de proportionnalité est **un outil** permettant d'afficher plus clairement les informations. Les grandeurs qui y sont présentes sont proportionnelles entre elles.

On peut obtenir les valeurs d'une ligne en multipliant une autre ligne par un nombre appelé coefficient de proportionnalité.

Si jamais ce nombre n'existe pas, alors il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.

Exemple :

Situation 1

Nombre de baguettes	1	2	3	4
Prix en euros	0,8	1,6	2,4	3,2

$$\frac{1}{0,8} = 1,25 \quad \frac{2}{1,6} = 1,25 \quad \frac{3}{2,4} = 1,25 \quad \frac{4}{3,2} = 1,25$$

C'est une situation de proportionnalité de coefficient 1,25.

Situation 2

Taille en cm	75	86	96	112
Âge en années	1	2	3	4

$$\frac{75}{1} = 75 \quad \frac{86}{2} = 43 \quad \frac{96}{3} = 33 \quad \frac{112}{4} = 28$$

Ce n'est pas une situation de proportionnalité.

On peut effectuer des opérations sur les lignes ET sur les colonnes.

	x50		+	=																				
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>Nombre de baguettes</td><td>1</td><td>50</td></tr> <tr><td>Prix en euros</td><td>1,2</td><td>60</td></tr> </table>	Nombre de baguettes	1	50	Prix en euros	1,2	60	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>Nombre de baguettes</td><td>1</td><td>100</td></tr> <tr><td>Prix en euros</td><td>1,2</td><td>120</td></tr> </table>	Nombre de baguettes	1	100	Prix en euros	1,2	120	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>Nombre de baguettes</td><td>1</td><td>100</td><td>101</td></tr> <tr><td>Prix en euros</td><td>1,2</td><td>120</td><td>121,2</td></tr> </table>	Nombre de baguettes	1	100	101	Prix en euros	1,2	120	121,2		
Nombre de baguettes	1	50																						
Prix en euros	1,2	60																						
Nombre de baguettes	1	100																						
Prix en euros	1,2	120																						
Nombre de baguettes	1	100	101																					
Prix en euros	1,2	120	121,2																					

2. Le produit en croix (4^e proportionnelle).

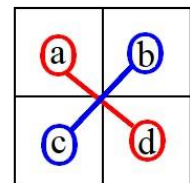
Propriété : Dans un tableau de proportionnalité, les produits en croix sont **égaux**.

Nous avons l'égalité suivante : $a \times d = b \times c$.

En pratique, le produit en croix sert à calculer une 4^e information lorsque l'on en connaît déjà 3.

On multiplie entre eux les nombres de la branche complète et on divise par le nombre seul.

Application : Calculer la quatrième proportionnelle de chaque tableau en utilisant les produits en croix.



<table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">7</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">x</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">$x = \frac{7 \times 3}{2} = \frac{21}{2} = 10,5$</p>	2	7	3	x	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">x</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">9</td><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">15</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">$x = \quad = \quad =$</p>	6	x	9	15	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">x</td><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">4,5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">6</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">$x = \quad = \quad =$</p>	x	4	4,5	6
2	7													
3	x													
6	x													
9	15													
x	4													
4,5	6													

3. Je sais utiliser une échelle

En général, les distances sur une carte ou un plan sont proportionnelles aux distances réelles représentées.

L'échelle d'une carte peut être donnée de diverses façons. Il y a toujours cependant au moins deux informations :



On peut la représenter par :

- une indication graphique directement sur la carte :
- ou alors on peut la donner sous forme de fraction : $\frac{1}{1000} \frac{\text{Distance sur la carte}}{\text{Distance dans la réalité}}$

Exemple 1 : Quelle est la distance entre le collège et le supermarché Casino à vol d'oiseau ?



Pour cet exemple, sur la carte représentent en réalité.

Distance sur la carte (cm)		
Distance réelle (m)		?

? = _____ =

La distance réelle est approximativement de

Exemple 2 :

1. A quelle distance réelle correspond une longueur mesurée de 8,3 cm sur une carte à l'échelle $\frac{1}{1000}$?

On complète les données de l'énoncé dans un tableau de proportionnalité :

Distance sur la carte (cm)	1	8,3
Distance réelle (cm)	1000	?

× 1000

? = $8,3 \times 1000 = 8300 \text{ cm} = 83 \text{ m}$. La distance réelle est égale à 83 m.

2. Quelle longueur sur cette carte sépare deux maisons distantes à vol d'oiseau de 140 m ?

On complète les données de l'énoncé dans un tableau de proportionnalité :

? =