Résolution d'équations

1. Définitions et vocabulaire

Définition : Une équation est une égalité dans laquelle intervient un nombre inconnu, désigné le plus souvent par une lettre minuscule : $x, y, a, b, t,$ …

Exemples : $7 + x = 15$; $9{,}5y = 38$; $t^2 = 49$; $x^2 + 3x$ sont des équations.

Vocabulaire :

- Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu telles que l'égalité soit vraie
- Chacune de ces valeurs est appelée une solution de l'équation.

Exemples :

- L'équation $x - 1 = 0$ admet une seule et unique solution évidente : $x = 1$.
- L'équation $m^2 = 4$ admet deux solutions : 2 et -2.

Remarque : Toutes les équations n'ont pas forcément de solution !

2. Comment résoudre une équation ?

Propriété : Lorsque l'on ajoute ou que l'on soustrait un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité qui possède les mêmes solutions.

- Si $a = b$ alors $a + c = b + c$
- Si $a = b$ alors $a - c = b - c$

Exemples :

Propriété : Lorsque l'on multiplie ou que l'on divise par un même nombre différent de zéro les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

- Si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$
- Si $a = b$ alors $a \div c = b \div c$

Exemples :

Dans des résolutions d'équations plus complexes, le but va être d'utiliser les deux règles vues précédemment afin d'isoler l'inconnue.

Exemples :

3. Résoudre un problème

Exemple : Un père dispose de 1600 euros à répartir entre ses trois enfants.
Il souhaite que l'aîné ait 200 euros de plus que le cadet et que le benjamin reçoive 100 euros de moins que le cadet. Quelle somme doit-il donner à chacun des enfants ?

- Choix de l'inconnue : Soit … la somme que le père doit donner au cadet ;
- Traduction des données de l'énoncé : l'aîné reçoit ____ et le benjamin reçoit ____ ;
- Mise en équation :
- Résolution :

- Interprétation : Le cadet recevra ___ euros, l'aîné ___ euros et le benjamin ___ euros.
- Vérification :

Pour résoudre un problème, on peut suivre le plan suivant :

- Traduction des données de l'énoncé à l'aide de l'inconnue
- Résolution de l'équation
- Interprétation du résultat
- (Vérification)