4ème : Chapitre20 : Équations

1. Vocabulaire

Une équation est une égalité dans laquelle intervient un nombre inconnu désigné par une lettre.

Exemple : $2x-3=4x+2$ *est une équation d'inconnue x*

membre de gauche — membre de droite

Résoudre une équation d'inconnue x, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre x (si elles existent) qui vérifient l'égalité (c'est à dire telles que l'égalité soit vraie). Chacune de ces valeurs est une solution de l'équation.

Remarque : *Certaines équations admettent plusieurs inconnues.*

Enoncé1 : *Le nombre 5 est-il une solution de l'équation 2x+3=6x-17 ?* *Solution : Quand x=5 on a* *2x+3=**2×5+3=10+3=13*** *6x-17=**6×5-17=30-17=13*** *donc 5 ..**est**.. une solution de l'équation 2x+3=6x-17*	***Enoncé2 :*** *Le nombre -1 est-il une solution de l'équation 2x+3=6x-17 ?* *Solution : Quand x=-1 on a* *2x+3=**2×(-1)+3=-2+3=1*** *6x-17=**6×(-1)-17=-6-17=-23*** *donc -1 ..**n'est pas**.... une solution de l'équation 2x+3=6x-17*

2. Équations de base

2.1 Propriétés : Opérations et égalités

2.1.1 Additions soustractions

Si on ajoute ou on soustrait un même nombre (*positif ou négatif*) aux deux membres d'une égalité alors on obtient une nouvelle égalité.

Autre formulation : Soient a ; b et c trois nombres. SI a=b ALORS a+c=b+c et a-c=b-c

Enoncé1 : Résoudre l'équation x-3=9 *Solution :* ***x-3=9*** ***x-3+3=9+3*** ***x=12*** *Vérification :* *Quand x=**12**... on a :* *x-3=**12-3=9*** **L'équation admet une solution : ..12..**	***Enoncé2 : Résoudre l'équation x+8=12*** *Solution :* ***x+8=12*** ***x+8-8=12-8*** ***x=4*** *Vérification :* *Quand x=.**4**.... on a :* *x+8=**4+8=12*** **L'équation admet une solution : ..4.....**	***Enoncé3 : Résoudre l'équation 2x-3=x+2*** *Solution :* ***2x-3=x+2*** ***2x-3-x=x+2-x*** ***x-3=2*** ***x-3+3=2+3*** ***x=5*** *Vérification :* *Quand x=.**5**... on a :* *2x-3= **2×5-3=10-3=7*** *x+2=**5+2=7*** **L'équation admet une solution : . 5...**

2.1.2 Multiplications divisions

Si on multiplie ou on divise par un même nombre (*différent de zéro*) les deux membres d'une égalité alors on obtient une nouvelle égalité.

Autre formulation : Soient a ; b ; c trois nombres avec c différent de zéro
SI a=b ALORS a×c=b×c et a÷c=b÷c

Enoncé1 : Résoudre l'équation 2x=28

Solution :

2x=28

2x÷2=28÷2

x=14

Vérification :

Quand x=.14.. on a :

2x=2×14=28

L'équation admet une solution : .14...

Enoncé2 : Résoudre l'équation $\frac{1}{8}\times x=3$

Solution :

$\frac{1}{8}\times x=3$

$8\times\frac{1}{8}\times x=8\times 3$

$x=24$

Vérification :

Quand x=24.. on a :

$\frac{1}{8}\times x=\frac{1}{8}\times 24=3$

L'équation admet une solution : ..24.

Enoncé1 : Résoudre l'équation $\frac{-4}{7}\times x=\frac{2}{5}$

Solution :

$\frac{-4}{7}\times x=\frac{2}{5}$

$\frac{-4}{7}\times x\times\frac{7}{-4}=\frac{2}{5}\times\frac{7}{-4}$

$x=\frac{-14}{20}=\frac{-7}{10}$

Vérification : Quand $x=\frac{-7}{10}$ *on a :*

$\frac{-4}{7}\times x=\frac{-4}{7}\times\frac{-7}{10}=\frac{2\times 2\times 7}{7\times 2\times 5}=\frac{2}{5}$

L'équation admet une solution : $\frac{-7}{10}$

2.2 Exemple d'utilisation

Dans une cafétéria, le prix d'un repas pour adulte est deux fois plus cher que le prix d'un repas pour enfant.
A midi, un couple et leurs trois enfants ont dépensé dans cette cafétéria 24,50€.
Quel est le prix d'un repas enfant ?



Solution :

CHOIX DE L'INCONNUE : *Soit x le prix d'un repas "enfant" (en €)*

MISE EN EQUATION :

prix d'un repas adulte (€) : ***2x***

prix de l'ensemble du repas (€): ***2x+2x+x+x+x***

donc ***2x+2x+x+x+x=24,50***

RESOLUTION : ***2x+2x+x+x+x=24,50***

7x=24,50

7x÷7=24,50÷7

x=3,5

vérification : bon

CONCLUSION : *Le prix d'un repas "enfant" est de ..**3,50€**..*

3. Exemples classiques

3.1 Équation se ramenant à ax=b

Enoncé1 : Résoudre l'équation 3x+4=16

Solution :

3x+4=16

3x+4-4=16-4

3x =12

3x÷3=12÷3

x=4

Vérification : Quand x=4 on a

3x+4=3×4+4=12+4=16

L'équation admet une solution : 4

Enoncé2 : Résoudre l'équation 2x+4=6-5x

Solution : 2x+4=6-5x

2x+4+5x=6-5x+5x

7x+4=6

7x+4-4=6-4

7x =2

7x÷7=2÷7

$x=\frac{2}{7}$

Vérification : Quand $x=\frac{2}{7}$ *on a :*

$2x+4=2\times\frac{2}{7}+4=\frac{4}{7}+\frac{28}{7}=\frac{32}{7}$

$6-5x=6-5\times\frac{2}{7}=6-\frac{10}{7}=\frac{42}{7}-\frac{10}{7}=\frac{32}{7}$

L'équation admet une solution : $\frac{2}{7}$

Remarque : On regroupe du même côté de l'égalité les termes où figure l'inconnue et de l'autre côté les termes où ne figure pas l'inconnue

3.2 un problème concret

Enoncé :

La recette d'un match s'est élevée à 5 615€. Les spectateurs avaient le choix entre deux types de places :
Premièrement : des places **"tribunes"** à 8€ la place oubien
Deuxièmement : des places **"Economiques"** à 5€ la place.
On sait qu'il y a eu 1000 spectateurs à ce match.



1. Combien de places "Tribunes" ont été vendues ?
2. Combien de places "Economiques" ont été vendues ?

Solution :

CHOIX DE L'INCONNUE : *Soit x le nombre de places "tribunes"*
MISE EN ÉQUATION : *nombre de places économiques : 1000-x*
Apport financier des places "tribunes" (€) : 8x
Apport financier des places "Économiques" (€) : (1000-x)×5
Recette du match (€) : 8x+(1000-x)×5
donc 8x+(1000-x)×5=5 615

RESOLUTION : $8x+(1000-x)\times 5=5\,615$

$$8x+5\,000-5x=5\,615$$
$$3x+5\,000=5\,615$$
$$3x+5\,000-5\,000=5\,615-5\,000$$
$$3x=615$$
$$3x\div 3=615\div 3$$
$$x=205$$

Vérification : bon

CONCLUSION :

Il y a eu 205 places tribunes.
1 000-205=795
Il y a eu 795 places économiques

4ème : Objectifs et Socle Commun - CHAPITRE20 : Equations

4N403	*Connaître et utiliser l'équivalence entre a = b et a – b = 0.*	
4N501	*Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.*	
4N502	*Résoudre des problèmes se ramenant à une équation du premier degré (méthode libre)*	SC335

SC335 : Socle commun Palier3 (collège) ; Compétence3 (Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique) ; Thème : Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques ; Item : Nombres et calculs : connaître et utiliser les nombres entiers, décimaux et fractionnaires. Mener à bien un calcul : mental, à la main, à la calculatrice, avec un ordinateur.