Fonctions affines

I. Définitions avec exemple concret

Voici les tarifs d'entrée pour un stade de football :

Tarif 1 : 8 € l'entrée

Tarif 2 : 4 € l'entrée avec la carte demi-tarif qui coûte 40 €

Tarif 3 : L'abonnement pour la saison qui coûte 92 €

1) Calculer pour chaque tarif, la dépense pour 6 entrées, 11 entrées puis 15 entrées.
Dans chaque cas, quel est le tarif le plus intéressant ?



2) Soit x le nombre d'entrées. Exprimer en fonction de x la dépense pour la saison pour chaque tarif.

1)

x entrées	$x = 6$	$x = 11$	$x = 15$
Tarif 1	48 €	88 €	120 €
Tarif 2	64 €	84 €	100 €
Tarif 3	92 €	92 €	92 €

2) Tarif 1 : $f : x \longmapsto 8x$
Tarif 2 : $g : x \longmapsto 4x + 40$
Tarif 3 : $h : x \longmapsto 92$

Définitions : a et b étant deux nombres fixés.

- Une fonction de la forme $x \longmapsto ax + b$ est appelée **fonction affine**
- Une fonction de la forme $x \longmapsto ax$ est appelée **fonction linéaire**
- Une fonction de la forme $x \longmapsto b$ est appelée **fonction constante**

Exemples :

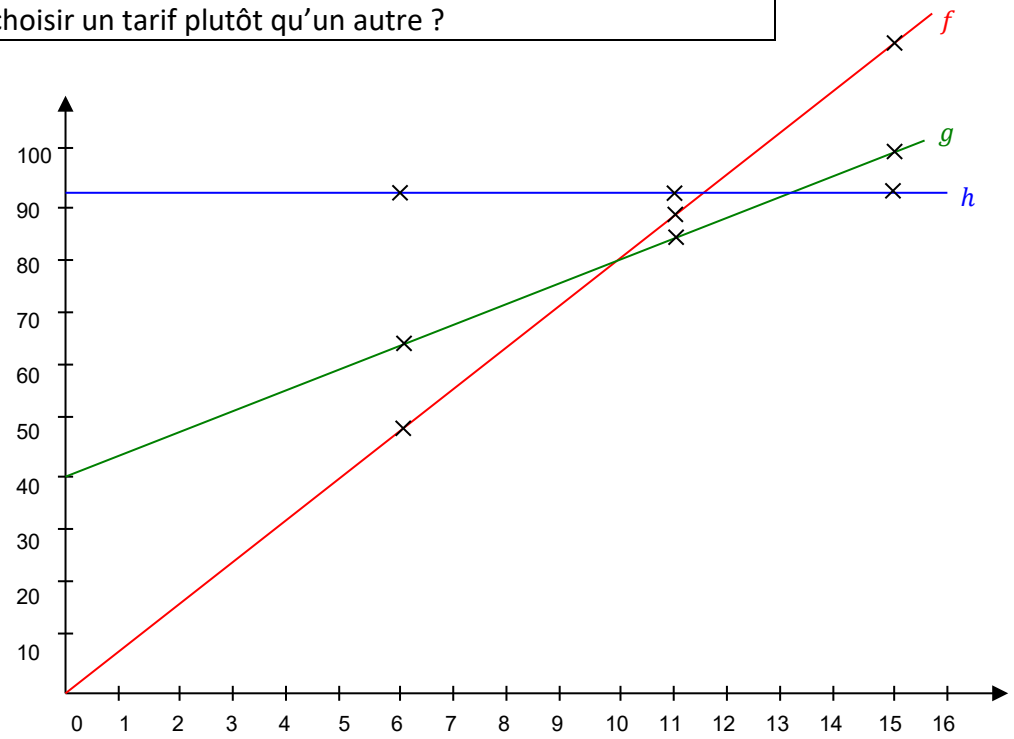
- Tarif 1 : $f : x \longmapsto 8x$ est une fonction linéaire.
- Tarif 2 : $g : x \longmapsto 4x + 40$ est une fonction affine.
- Tarif 3 : $h : x \longmapsto 92$ est une fonction constante.

Remarque : Une fonction linéaire est une fonction affine avec $b = 0$.

3) a) Avec le tarif 2, calculer le prix dépensé pour 18 entrées.
b) Calculer de même : $f(2)$, $g(2)$, $h(2)$
c) Trouver x tel que $g(x) = 84$. Interpréter le résultat.

4) a) Pour chaque tarif, représenter sur un même graphique la dépense en fonction du nombre d'entrées.
b) Répondre en utilisant le graphique : Dans quels cas, vaut-il mieux choisir un tarif plutôt qu'un autre ?

3)
a) $g(18) = 4 \times 18 + 40 = 112$
Avec le tarif 2 : 18 entrées coûtent 112 €.
b) $f(2) = 16$; $g(2) = 48$; $h(2) = 92$.
c) $g(x) = 84$
$4x + 40 = 84$
$4x = 44$
$x = 11$
Avec le tarif 2, 11 entrées coûtent 84 €.

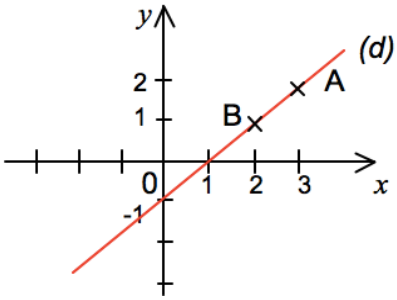


b) Entre 0 et 10 entrées : le tarif Entre 10 et 13 entrées : le tarif 2 Plus de 13 entrées : le tarif 3

II. Représentation graphique

Propriétés :

- Toute fonction affine est représentée par une droite.
- Une fonction linéaire est représentée par une droite passant par l'origine.
- Une fonction constante est représentée par une droite parallèle à l'axe des abscisses.



Définition : Soit f une fonction affine définie par $f : x \mapsto ax + b$

- Le nombre a est appelé *coefficient linéaire*
- Le nombre b est appelé *ordonnée à l'origine*

Propriété 1 : Le tableau de valeurs d'une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité donc le coefficient linéaire est le coefficient de proportionnalité.

Exemple 1 : La fonction g définie par $g(x) = 2x$ est une fonction linéaire de coefficient 2 .
Cela se retrouve dans le tableau de valeurs ci-contre.

x	-3	0	4
$g(x)$	-6	0	8

×2

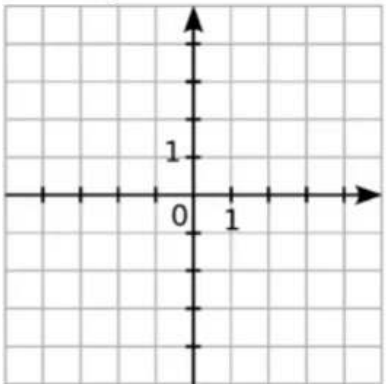
Méthode : Pour tracer la représentation graphique d'une fonction affine, on peut placer deux points puis les relier par une droite.

Exemple 2 : Tracer la représentation graphique des deux fonctions ci-dessous.

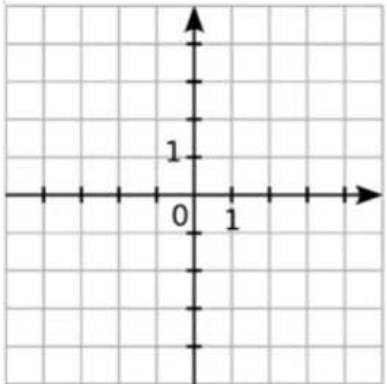
$g(x) = 2x$

L'image de 0 par g est $2 \times 0 = 0$ soit le point $A(0; 0)$

L'image de 2 par g est $2 \times 2 = 4$ soit le point $A(2; 4)$



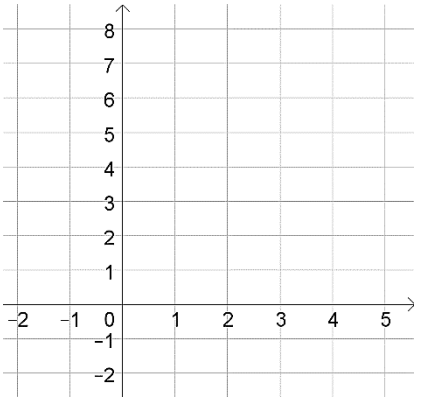
$h(x) = 2x - 1$



L'image de 0 par h est $2 \times 0 - 1 = -1$ soit le point $A(0; -1)$

L'image de 2 par h est $2 \times 2 - 1 = 3$ soit le point $B(2; 3)$

Exemple 3 : Tracer la représentation de la fonction f suivante $f : x \mapsto 3x + 2$ dans le repère suivant.



III. Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

Remarques :

- Si le coefficient directeur est ***positif***, alors on « ***monte*** » sur la droite en la parcourant de gauche à droite. On dit que la fonction affine associée est ***croissante***.

- Si le coefficient directeur est ***négatif***, alors on « ***descend*** » sur la droite. On dit que la fonction affine associée est ***décroissante***.