Calcul numérique et puissances

I. Priorités de calcul

Rappels : Les opérations ne se font pas dans n'importe quel ordre. Il faut respecter les règles de priorité.

1. Les parenthèses	2. Les puissances	3. Multiplications et divisions	4. Additions et soustractions

II. Opérations sur les fractions

a) Addition et soustraction

Propriété (admise) : Pour soustraire ou additionner des fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur.

Exemples : $A = \frac{3}{4} + \frac{7}{4} =$ $B = \frac{3}{10} + \frac{5}{30} =$ $C = \frac{7}{6} + \frac{4}{8} =$

Remarque : Penser à simplifier le résultat !

b) Multiplication

Propriété (admise) : Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemple : $D = \frac{1}{5} \times \frac{4}{3} =$ $E = \frac{5}{4} \times \frac{12}{10} =$

c) Division

Propriété (admise) : Diviser un nombre par une fraction $\frac{a}{b}$ revient à multiplier ce nombre par $\frac{b}{a}$.

Exemple : $F = \frac{7}{4} \div \frac{2}{6} =$ $G = 3 \div \frac{6}{7} =$

III. Puissances entières d'un nombre relatif.

a) Cas des puissances positives.

Définition : a^n désigne le produit de n facteurs tous égaux à a. $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots\ldots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$

Exemples : $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

$7^4 =$ ..... = ... $(-6)^3 =$ ..... = ...

Convention : Pour tout nombre a non nul, $a^0 = 1$.

Cas particuliers :

Si $n = 1$, $a^1 = a$	Si $n = 2$, a^2 se lit « a au carré »	Si $n = 3$, a^3 se lit « a au cube »

Attention aux signes !
Ne pas confondre : $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$
et : $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

b) Cas des puissances négatives

Définition : Soit x un nombre différent de 0. On appelle inverse de x le nombre défini par $\frac{1}{x}$.

Attention à ne pas confondre inverse et opposé !
Inverse de 2 : $\frac{1}{2}$ Opposé de 2 : -2

Définition : Pour les puissances, on note l'inverse d'un nombre a^n le nombre a^{-n}. Ainsi :

Exemples : $2^{-3} =$ $(-3)^{-5} =$

IV. Puissances de 10.

Propriété (preuve en exercice) : Considérons m et p deux nombres entiers relatifs. Alors :

$10^m \times 10^p = 10^{m+p}$ $\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$ $(10^m)^p = 10^{m \times p}$

Exemples : $10^5 \times 10^3 =$ $\frac{10^5}{10^2} =$

$(10^2)^3 =$ $10^{-3} \times 10^4 =$

Certaines puissances de 10 portent des noms car elles sont fréquemment utilisées, en particulier en sciences.

Préfixe	Giga	Méga	Kilo	Mili	Micro	Nano
Symbole	G	M	k	m	μ	n
Signification	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemples :

- Un gigaoctet, noté Go, correspond à une quantité de données numériques de 10^9 octets, soit un milliard d'octets.
- Un microgramme, noté μg, correspond à une masse de 10^{-6} grammes, soit un millionième de gramme.

V. Notation scientifique d'un nombre.

Définition : La notation scientifique d'un nombre décimal positif est l'écriture de la forme $a \times 10^n$ dans laquelle le nombre a est compris entre 1 et 10 exclu ($1 \leq a < 10$) et n un entier relatif.

Exemples :

- La distance de la Terre au Soleil est d'environ 150 000 000 km, soit km en notation scientifique.
- La taille du virus de la grippe est d'environ 0,000 000 09 m, soit m en notation scientifique.

La notation scientifique est utile pour donner un ordre de grandeur ou un encadrement du résultat d'un calcul et pour comparer des nombres.

Exemple : On considère les deux nombres $A = 32\,657\,000$ et $B = 0{,}000\,486$. Donner un ordre de grandeur du produit.

Nombre	Notation scientifique	Encadrement	Ordre de grandeur
$A = 32\,657\,000$			
$B = 0{,}000\,486$			

Donc l'ordre de grandeur de $A \times B$ est approximativement :