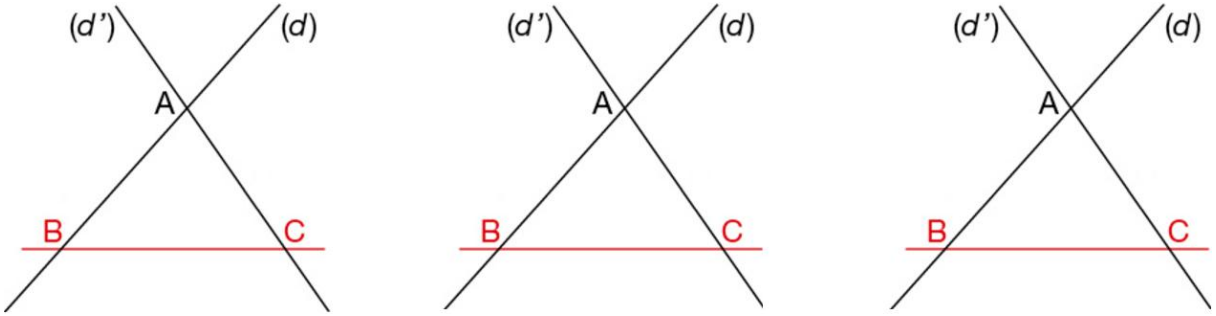
Le théorème de Thalès

1. Théorème de Thalès

Théorème : Si deux droites (BM) et (CN) sécantes en A sont coupées par deux droites parallèles (BC) et (MN) alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

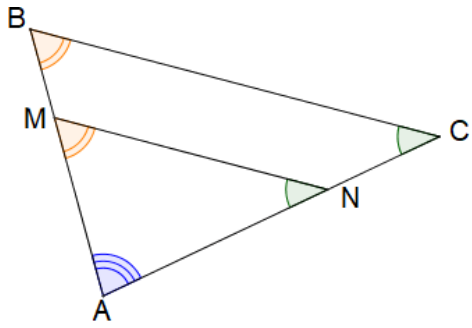
Remarque : On peut utiliser le théorème de Thalès dans trois configurations différentes :



Démonstration :

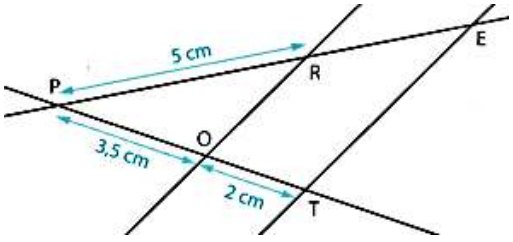
Il s'agit d'une conséquence des triangles semblables. En effet, comme les droites sont parallèles, les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABC}$ sont correspondants et égaux. Idem pour les angles $\widehat{ANM}$ et $\widehat{ACB}$.

Donc les triangles AMN et ABC sont semblables donc leurs côtés sont proportionnels, c'est-à-dire : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



Remarques : On utilise le théorème de Thalès pour calculer une longueur.

Exemple 1 : Sur la figure ci-contre, les droites (OR) et (TE) sont parallèles. Calculer la longueur PE.



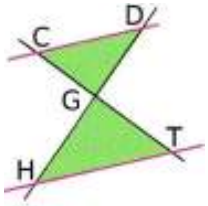
Comme les droites ……

Et que les droites ……

Alors d'après ……, on a :

——— = ——— = ———

Exemple 2 : Sur la figure ci-contre, les droites (CD) et (HT) sont parallèles. On donne $DG = 25mm$; $GH = 45\ mm$; $CG = 20mm$ et $HT = 27mm$. Calculer GT.



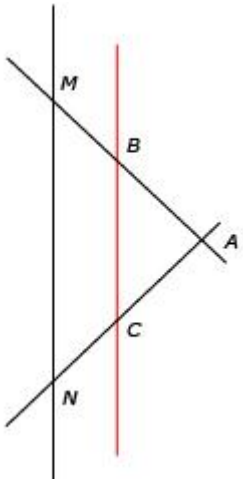
Comme les droites ……

Et que les droites ……

Alors d'après ……, on a :

——— = ——— = ———

2. La réciproque du théorème de Thalès



Réciproque du théorème de Thalès : Si A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Remarque : La réciproque du théorème de Thalès permet de prouver que deux droites sont parallèles.

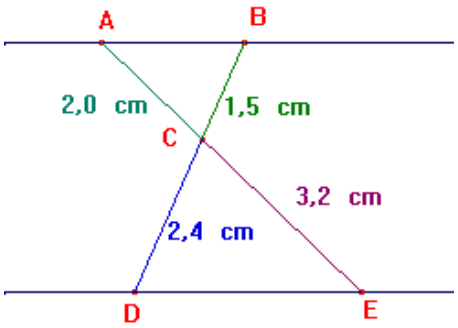
Méthode :

- Il faut calculer séparément les deux rapports de longueur, puis on compare les résultats.
  -> Attention, parfois le résultat peut ne pas être très commode (ex : 1,3333…) , il faut parfois penser à utiliser les fractions pour montrer l'éventuelle égalité (ex : 1/3).

- S'il y a égalité et que les points sont alignés dans le bon ordre, alors les droites sont parallèles.

- S'il n'y a pas égalité, même pas besoin de vérifier les points, les droites ne sont pas parallèles.

Exemple 1 : Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?



D'une part,

D'autre part,

Je constate que :

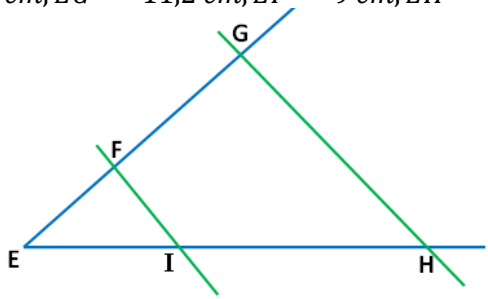
Les points ……

……

Donc d'après ……

……

Exemple 2 : Les droites (FI) et (GH) sont-elles parallèles ?
$EF = 6{,}3\ cm, EG = 11{,}2\ cm, EI = 9\ cm, EH = 17\ cm$



D'une part,

D'autre part,

Je constate que :

Les points ……

……

Donc d'après ……

……

➔ Une erreur fréquente … Pourquoi faut-il choisir des points alignés dans le même ordre sur les deux droites ?
Considérons la situation suivante où les points A, B, M et A, C, N ne sont pas alignés dans le même ordre.

D'une part, $\frac{AB}{AM} =$

D'autre part, $\frac{AC}{AN} =$

Je constate que :

