⚠️ **AVERTISSEMENT PÉDAGOGIQUE & DÉMARCHE DE TRAVAIL**

Rien ne vaut la correction et les explications en classe de votre professeur.

Ce document d'accompagnement a été généré avec l'aide d'une Intelligence Artificielle pour vous accompagner dans votre travail personnel : il constitue une aide pour débloquer une situation, comprendre les propriétés des puissances et vérifier vos calculs.

En cas d'absence, veillez impérativement à rattraper le cours sur Pronote ou sur le cahier d'un camarade. Recopier ces corrections sans y avoir réfléchi par vous-même ne sert à rien et ne vous fera pas progresser !

Mathématiques 4ème — Correction des Fiches d'exercices

Chapitre 5 : Les puissances (Positives, négatives, puissances de 10 et notation scientifique)

FICHE 1 : PUISSANCES POSITIVES ET RÈGLES DE BASE

Exercice 1 : Écriture sous forme de produit de facteurs

Définition : Pour tout entier $n \geq 1$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$. Par convention, $a^0 = 1$ (si $a \neq 0$) et $a^1 = a$.

- a. $2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $(= 128)$
- b. $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$ $(= 625)$
- c. $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$ $(= -243)$
- d. $1,25^4 = 1,25 \times 1,25 \times 1,25 \times 1,25$
- e. $(-1,5)^3 = (-1,5) \times (-1,5) \times (-1,5)$ $(= -3,375)$
- f. $a^6 = a \times a \times a \times a \times a \times a$
- g. $(-k)^5 = (-k) \times (-k) \times (-k) \times (-k) \times (-k)$

Exercices 4 & 5 : Conventions et écritures a^n

- $3^0 = 1$; $(-4)^1 = -4$; $7,5^1 = 7,5$; $(-1\,453)^0 = 1$; $(-\mathbf{5,6})^1 = -5,6$; $(\mathbf{a})^0 = 1$.
- $4 = 2^2$; $8 = 2^3$; $-8 = (-2)^3$; $27 = 3^3$; $81 = 3^4$ (ou 9^2) ; $625 = 5^4$ (ou 25^2).

Exercice 10 : Respect des priorités opératoires

Règle de priorité : En l'absence de parenthèses prioritaires, on calcule **d'abord les puissances**, puis les multiplications/divisions, et enfin les additions/soustractions.

- $A = 2 + 3 \times 5^4 = 2 + 3 \times 625 = 2 + 1\,875 = 1\,877$.
- $B = 5 - 3 \times 2^3 = 5 - 3 \times 8 = 5 - 24 = -19$.
- $C = 2 \times (5 + 4)^2 = 2 \times 9^2 = 2 \times 81 = 162$.
- $D = 2 \times (1 - 5)^3 = 2 \times (-4)^3 = 2 \times (-64) = -128$.
- $E = 3 \times 2^2 + 4 \times 5^2 - 3^2 \times 2^3 = 3 \times 4 + 4 \times 25 - 9 \times 8 = 12 + 100 - 72 = 40$.
- $F = [2 + 2 \times (-3)]^4 = [2 - 6]^4 = (-4)^4 = 256$.
- $G = [2 + (-2)^4 \times 3] \times (3^3 - 1) = [2 + 16 \times 3] \times (27 - 1) = 50 \times 26 = 1\,300$.
- $I = \frac{(5-2\times3)^4}{(2-3)^5} = \frac{(5-6)^4}{(-1)^5} = \frac{(-1)^4}{-1} = \frac{1}{-1} = -1$.

FICHE 2 : PUISSANCES D'EXPOSANT NÉGATIF

Exercice 1 : L'armée de fourmis

- a. Colonels $= 5$; Capitaines $= 5 \times 5 = 5^2$; Lieutenants $= 5^2 \times 5 = 5^3$; Sergents $= 5^3 \times 5 = 5^4$.
  Chaque sergent choisit $25 = 5^2$ soldats, donc :
  $\text{Nombre total de soldats} = 5^4 \times 5^2 = 5^{4+2} = \boxed{5^6}$.
- b. Nombre de soldats $= 5^6 = \boxed{15\,625 \text{ soldats}}$.
- c. Armée des termites en puissance de 10 : $10^4 = 10\,000 < 15\,625$ et $10^5 = 100\,000 > 15\,625$. L'exposant minimum est $\boxed{5}$ (soit 10^5 termites).

Exercices 3 & 8 : Écriture sous forme de fraction irréductible

> Propriété : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

- $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \boxed{\frac{1}{8}}$; $(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = \boxed{-\frac{1}{125}}$; $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \boxed{\frac{1}{9}}$; $7^{-1} = \boxed{\frac{1}{7}}$.
- $A = 5 \times 2^{-1} - 3^{-2} = \frac{5}{2} - \frac{1}{9} = \frac{45-2}{18} = \boxed{\frac{43}{18}}$.
- $B = 3 \times 2^{-2} + 5 \times 2^{-3} = \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{6+5}{8} = \boxed{\frac{11}{8}}$.

FICHE 3 & 5 : PUISSANCES DE 10 ET NOTATION SCIENTIFIQUE

Formules sur les puissances de 10

> Formules : $10^m \times 10^p = 10^{m+p}$; $\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$; $(10^m)^p = 10^{m \times p}$.

- $10^{10} \times 10^{-3} = 10^{10-3} = \boxed{10^7}$.
- $10^9 \times 10^5 = 10^{9+5} = \boxed{10^{14}}$.
- $(10^2)^5 = 10^{2 \times 5} = \boxed{10^{10}}$.
- $\frac{10^8}{10^{17}} = 10^{8-17} = \boxed{10^{-9}}$.
- $\frac{10^{-10}}{10^4} = 10^{-10-4} = \boxed{10^{-14}}$.
- $10^{-5} \times 10^{16} \times 10^3 = 10^{-5+16+3} = \boxed{10^{14}}$.

Écriture scientifique de nombres

> Définition : La notation scientifique d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$, où $1 \leq |a| < 10$ (a a un seul chiffre non nul avant la virgule) et n est un entier relatif.

- $6\,540 = \boxed{6,54 \times 10^3}$
- $0,003\,2 = \boxed{3,2 \times 10^{-3}}$
- $-1\,475,2 = \boxed{-1,475\,2 \times 10^3}$
- $23,45 = \boxed{2,345 \times 10^1}$
- $-34,3 = \boxed{-3,43 \times 10^1}$
- $-0,001 = \boxed{-1 \times 10^{-3}}$
- $645,3 \times 10^{-15} = \boxed{6,453 \times 10^{-13}}$
- $0,056 \times 10^{17} = \boxed{5,6 \times 10^{15}}$
- $34\,000 \times 10^{12} = \boxed{3,4 \times 10^{16}}$