Les puissances

I. Puissances entières d'un nombre relatif.

a) Cas des puissances positives.

Définition : a^n désigne le produit de n facteurs tous égaux à a.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots\ldots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Exemples :

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ $\quad (-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

$7^4 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\quad (-6)^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Convention : Pour tout nombre a non nul, $a^0 = 1$.

Cas particuliers

- Si $n = 1$, $a^1 = a$. — Exemple • $5^1 = 5$
- Si $n = 2$, a^2 se lit « a au carré ». — Exemple • $5^2 = 5 \times 5 = 25$
- Si $n = 3$, a^3 se lit « a au cube ». — Exemple • $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$



Attention aux signes !

Ne pas confondre : $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

et : $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

b) Cas des puissances négatives

Définition : Pour $x \neq 0$, on appelle inverse de x le nombre défini par $\frac{1}{x}$.



Attention à ne pas confondre inverse et opposé !

Inverse de 2 : Opposé de 2 :

Définition : On appelle l'inverse d'un nombre a^n le nombre a^{-n}. Ainsi :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples : $2^{-3} =$ $\quad (-3)^{-5} =$

II. Calculs avec les puissances de 10.

Propriété : Considérons m et p deux entiers relatifs. Alors :

$$10^m \times 10^p = 10^{m+p} \qquad \frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p} \qquad (10^m)^p = 10^{m \times p}$$

Exemples : $10^{12} \times 10^{23} =$ $\quad \frac{10^5}{10^2} =$ $\quad 10^{-3} \times 10^4 =$

Démonstration :

III. Préfixes scientifiques

Préfixe	Giga	Méga	Kilo	Mili	Micro	Nano
Symbole	G	M	k	m	μ	n
Signification	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemples :

- Un gigaoctet, noté Go, correspond à une quantité de données numériques de 10^9 octets, soit un milliard d'octets.
- Un microgramme, noté μg, correspond à une masse de 10^{-6} grammes, soit un millionième de gramme.

IV. Notation scientifique d'un nombre.

Définition : La notation scientifique d'un nombre décimal positif est l'écriture de la forme $a \times 10^n$ dans laquelle le nombre a est compris entre 1 et 10 exclu ($1 \leq a < 10$) et n un entier relatif.

Exemples :

- La distance de la Terre au Soleil est d'environ 150 000 000 km,
  soit km en notation scientifique.
- La taille du virus de la grippe est d'environ 0,000 000 09 m,
  soit m en notation scientifique.

La notation scientifique est utile pour donner un ordre de grandeur ou un encadrement du résultat d'un calcul et pour comparer des nombres.

Exemple : On considère les deux nombres $A = 32\,657\,000$ et $B = 0{,}000\,486$.
Donner la notation scientifique de A et B, puis un ordre de grandeur de $A \times B$.

$A =$ $\qquad B =$