⚠️ **AVERTISSEMENT PÉDAGOGIQUE & DÉMARCHE DE TRAVAIL**

Rien ne vaut la correction et les explications en classe de votre professeur.

Ce document d'accompagnement a été généré avec l'aide d'une Intelligence Artificielle pour vous accompagner dans votre travail personnel : il constitue une aide pour débloquer une situation, comprendre la rédaction type exigée au Cycle 4 et vérifier vos calculs.

En cas d'absence, veillez impérativement à rattraper le cours sur Pronote ou sur le cahier d'un camarade. Recopier ces corrections sans y avoir réfléchi par vous-même ne sert à rien et ne vous fera pas progresser !

Mathématiques 4ème — Correction des Fiches d'exercices

Chapitre 2 : Théorème de Pythagore et sa réciproque

FICHE 1 : THÉORÈME DIRECT (CALCUL DE LONGUEURS)

Exercice 1 : Identification de l'hypoténuse et égalités de Pythagore

- Triangle ABC rectangle en C : l'hypoténuse est $[AB]$. Égalité : $AB^2 = AC^2 + BC^2$.
- Triangle GHI rectangle en I : l'hypoténuse est $[GH]$. Égalité : $GH^2 = GI^2 + IH^2$.
- Triangle DEF rectangle en E : l'hypoténuse est $[DF]$. Égalité : $DF^2 = DE^2 + EF^2$.
- Triangle DEF rectangle en D : l'hypoténuse est $[EF]$. Égalité : $EF^2 = DE^2 + DF^2$.

Exercice 2 : Calcul de l'hypoténuse du triangle ERL (Rédaction type Cycle 4)

Rédaction modèle attendue :
Le triangle ERL est rectangle en R.
D'après le **théorème de Pythagore**, on a :
$EL^2 = ER^2 + RL^2$
$EL^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$
Comme EL est une longueur (donc un nombre positif) :
$EL = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$.

Exercice 3 : Calcul des longueurs manquantes

- **Triangle 1 (ABC rectangle en C) :**
  $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34 \implies AB = \sqrt{34} \approx 5,8 \text{ cm}$.
- **Triangle 2 (DEF rectangle en D) :**
  $EF^2 = DE^2 + DF^2 \implies DF^2 = EF^2 - DE^2 = 7^2 - 5,5^2 = 49 - 30,25 = 18,75$
  $DF = \sqrt{18,75} \approx 4,33 \text{ cm}$.
- **Triangle 3 (GHI rectangle en I) :**
  $GH^2 = GI^2 + IH^2 \implies GI^2 = GH^2 - IH^2 = 4,5^2 - 2,8^2 = 20,25 - 7,84 = 12,41$
  $GI = \sqrt{12,41} \approx 3,52 \text{ cm}$.
- **Triangle 4 (JKL rectangle en K) :**
  $JL^2 = JK^2 + KL^2 = 6,3^2 + 4,2^2 = 39,69 + 17,64 = 57,33 \implies JL = \sqrt{57,33} \approx 7,57 \text{ cm}$.

Exercice 4 : Calcul de la longueur CB

Le triangle ABC est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore :
$CB^2 = AC^2 + AB^2 = 5,1^2 + 6,8^2 = 26,01 + 46,24 = 72,25$
$CB = \sqrt{72,25} = 8,5 \text{ cm}$.

Exercice 5 : Calcul de la longueur KE

Le triangle KFE est rectangle en E. D'après le théorème de Pythagore :
$FK^2 = FE^2 + KE^2 \implies KE^2 = FK^2 - FE^2$
$KE^2 = 90^2 - 72^2 = 8\,100 - 5\,184 = 2\,916$
$KE = \sqrt{2\,916} = 54\text{ mm}$ (soit $5,4$ cm).

FICHE 2 : RÉCIPROQUE ET CONTRAPOSÉE (DÉMONTRER QU'UN TRIANGLE EST RECTANGLE OU NON)

Exercice 1 : Nature des triangles

- **Triangle EFG :** Le plus grand côté est $[EG] = 7$ cm.
  $EG^2 = 7^2 = 49$.
  $EF^2 + FG^2 = 5,6^2 + 4,2^2 = 31,36 + 17,64 = 49$.
  Comme $EG^2 = EF^2 + FG^2$, d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle EFG est **rectangle en F**.
- **Triangle LMN :** Le plus grand côté est $[LN] = 7$ cm.
  $LN^2 = 7^2 = 49$.
  $LM^2 + MN^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.
  Comme $LN^2 \neq LM^2 + MN^2$, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle LMN **n'est pas rectangle**.

Exercice 2 : L'étagère est-elle horizontale ?

Dans le triangle STP, le plus long côté est $[SP] = 37,5$ cm.
$SP^2 = 37,5^2 = 1\,406,25$.
$ST^2 + TP^2 = 17,5^2 + 33^2 = 306,25 + 1\,089 = 1\,395,25$.
Comme $SP^2 \neq ST^2 + TP^2$, le triangle STP n'est pas rectangle en T. L'angle entre le mur vertical et l'étagère n'étant pas droit, l'étagère **n'est pas parfaitement horizontale**.

Exercice 3 : L'équerre du professeur

Côtés de l'objet : 60 cm, 80 cm et 1 m $= 100$ cm.
$100^2 = 10\,000$.
$60^2 + 80^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10\,000$.
L'égalité de Pythagore étant vérifiée, le triangle est rectangle. Le professeur **peut donc s'en servir comme équerre**.

Exercice 4 : Triangle de corde de Lucie

Périmètre total : $5,6$ m. Côtés connus : $AC = 2,5$ m et $AB = 2,4$ m.
$BC = 5,6 - (2,5 + 2,4) = 5,6 - 4,9 = 0,7$ m.
Plus grand côté : $AC = 2,5$ m $\implies AC^2 = 6,25$.
$AB^2 + BC^2 = 2,4^2 + 0,7^2 = 5,76 + 0,49 = 6,25$.
Comme $AC^2 = AB^2 + BC^2$, le triangle est rectangle en B. L'affirmation de Lucie **est exacte**.

Exercice 5 : Encadrement de fenêtre du menuisier

Dans le triangle formé par deux côtés consécutifs et la diagonale :
Côtés de l'angle : 60 cm et 144 cm. Diagonale : 156 cm.
$156^2 = 24\,336$.
$60^2 + 144^2 = 3\,600 + 20\,736 = 24\,336$.
L'angle est donc un angle droit. Un parallélogramme possédant un angle droit est un rectangle : la fenêtre **est bien rectangulaire**.

Exercice 6 : Parcours d'endurance de 4ème

- **1. Calcul du périmètre :**
  • Dans le triangle ABC rectangle en B : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 80^2 + 60^2 = 6\,400 + 3\,600 = 10\,000 \implies AC = 100$ m.
  • Dans le triangle ADC rectangle en D : $DC^2 = AC^2 - AD^2 = 100^2 - 28^2 = 10\,000 - 784 = 9\,216 \implies DC = \sqrt{9\,216} = 96$ m.
  • Longueur totale du parcours : $P = AB + BC + CD + DA = 80 + 60 + 96 + 28 =$ **264 m**.
- **2. Parcours de $1,4$ km $= 1\,400$ m :**
  $1\,400 \div 264 = 5$ tours complets ($5 \times 264 = 1\,320$ m), avec un reste de $1\,400 - 1\,320 = 80$ m.
  En partant de A et en avançant de 80 m, les élèves **arrivent exactement au point B**.

Exercice 7 : Calculs exacts avec racines carrées

- 1. Triangle ACH rectangle en C : $AH^2 = AC^2 + CH^2 = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29 \implies$ **$AH = \sqrt{29}$**.
- 2. Triangle AHE : plus grand côté $[AE] = 6$ cm $\implies AE^2 = 36$.
  $AH^2 + HE^2 = (\sqrt{29})^2 + 3^2 = 29 + 9 = 38$.
  Comme $36 \neq 38$, le triangle AHE **n'est pas rectangle**.

Exercice 8 : Le dab de Paul Pogba

- **Grand bras (triangle CDE) :** côtés 72 cm, 54 cm, 90 cm.
  $90^2 = 8\,100$ et $72^2 + 54^2 = 5\,184 + 2\,916 = 8\,100$.
  $CE^2 = CD^2 + DE^2$, ce triangle **est bien rectangle en D**.
- **Petit bras (triangle FGH) :** côtés 18 cm, 37 cm, 42 cm.
  $42^2 = 1\,764$ et $18^2 + 37^2 = 324 + 1\,369 = 1\,693 \neq 1\,764$.
  Ce triangle **n'est pas rectangle**.
- **Conclusion :** Les deux triangles ne sont pas tous les deux rectangles, donc le dab de Pogba **n'est pas parfait** !

Exercice 9 : Démontrer que (BD) et (AE) sont parallèles

- Dans le triangle CBD : $CD^2 = 17^2 = 289$ et $CB^2 + BD^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$. Donc CBD est rectangle en B, ce qui implique $(BD) \perp (AC)$.
- Dans le triangle CAE : $CA = 15 + 3 = 18$ cm, $CE = 17 + 3,4 = 20,4$ cm, $AE = 9,6$ cm.
  $CE^2 = 20,4^2 = 416,16$ et $CA^2 + AE^2 = 18^2 + 9,6^2 = 324 + 92,16 = 416,16$.
  Donc CAE est rectangle en A, ce qui implique $(AE) \perp (AC)$.
- **Conclusion géométrique :** Les deux droites (BD) et (AE) étant perpendiculaires à la même droite (AC), elles sont **parallèles entre elles** : $(BD) \parallel (AE)$.