⚠️ **Avertissement pédagogique & Démarche de travail**

Rien ne vaut la correction et les explications en classe de votre professeur.

Ce document d'accompagnement a été généré avec l'aide d'une Intelligence Artificielle pour vous accompagner dans votre travail personnel : il constitue une aide pour débloquer une situation, comprendre le calcul littéral et vérifier vos résultats.

En cas d'absence, veillez impérativement à rattraper le cours sur Pronote ou sur le cahier d'un camarade. Recopier ces corrections sans y avoir réfléchi par vous-même ne sert à rien et ne vous fera pas progresser !

Mathématiques 5ème — Correction complète des Fiches d'exercices

Chapitre 3 : Le Calcul Littéral (Fiches 1, 2, 3 et Entraînement)

Fiche 1 : Découverte et expressions littérales

Exercice 1 : Les frises

1) Formule exprimant la longueur de la frise L_1 :

La frise L_1 est formée de 3 motifs de longueur inconnue a et d'une partie fixe de 5 cm.
On additionne : $L_1 = a + a + a + 5 = 3 \times a + 5$.
En écriture simplifiée, on obtient : $L_1 = 3a + 5$.

2) Formule exprimant la longueur de la frise L_2 :

La frise L_2 est formée de 5 motifs consécutifs de même longueur a.
On a donc : $L_2 = a + a + a + a + a = 5 \times a$, ce qui s'écrit : $L_2 = 5a$.

3) Calcul pour $a = 4$ cm :

• Pour L_1 : $L_1 = 3 \times 4 + 5 = 12 + 5 = \mathbf{17}$ cm.
• Pour L_2 : $L_2 = 5 \times 4 = \mathbf{20}$ cm.

Exercice 2 : Périmètres de quadrilatères en fonction de x

> Rappel de cours : Le périmètre P est la longueur totale du contour de la figure fermée.

- **Figure 1 (Rectangle de côtés x et 4 cm) :**
  $P_1 = 2 \times x + 2 \times 4 = \mathbf{2x + 8}$ cm.
- **Figure 2 (Losange de côté x) :**
  $P_2 = 4 \times x = \mathbf{4x}$ cm.
- **Figure 3 (Trapèze quelconque de côtés x, 3 cm, 5 cm et 6 cm) :**
  $P_3 = x + 3 + 5 + 6 = \mathbf{x + 14}$ cm.
- **Figure 4 (Cerf-volant avec deux côtés de longueur x et deux côtés de 7 cm) :**
  $P_4 = 2 \times x + 2 \times 7 = \mathbf{2x + 14}$ cm.

Exercice 3 : Traduction par une expression littérale

- 1. Le double de x : $2 \times x = \mathbf{2x}$.
- 2. La moitié de x : $\frac{x}{2}$ ou $0{,}5x$.
- 3. Le produit de 3 par la somme de 7 et x : $3 \times (7 + x) = \mathbf{3(7 + x)}$.
- 4. Le quart de la somme de x et de 9 : $\frac{x+9}{4}$ ou $0{,}25(x + 9)$.

Exercice 4 : Simplification au maximum d'expressions

> Règle fondamentale : Le symbole $\times$ peut être omis devant une lettre ou une parenthèse ($3 \times x = 3x$). On ne regroupe entre eux que les termes de même nature.

Série 1 :
• $4 \times x = \mathbf{4x}$ | • $y \times 6 = \mathbf{6y}$ | • $a \times b = \mathbf{ab}$ | • $1 \times x = \mathbf{x}$

Série 2 :
• $3 \times (x + 2) = \mathbf{3(x + 2)}$ | • $x \times x = \mathbf{x^2}$ | • $0 \times x = \mathbf{0}$ | • $5 \times 2 \times a = 10 \times a = \mathbf{10a}$

Série 3 :
• $3x + 5x = (3 + 5)x = \mathbf{8x}$
• $7a - 2a = (7 - 2)a = \mathbf{5a}$
• $4x + 3 + 2x = (4 + 2)x + 3 = \mathbf{6x + 3}$
• $2a + 3b + 5a = (2 + 5)a + 3b = \mathbf{7a + 3b}$

Exercice 5 : Périmètre de la maison

Le tour de la maison est composé du sol (largeur 4 cm), de deux murs verticaux (hauteur x), et des deux pans du toit (longueur x chacun).
Le périmètre extérieur total est :
$P = 4 + x + x + x + x = \mathbf{4x + 4}$.
Pour $x = 2$ cm :
$P = 4 \times 2 + 4 = 8 + 4 = \mathbf{12}$ cm.

Exercice 6 : Programmes de calcul avec le nombre N

- **Programme 1 :** Choisir un nombre $\rightarrow$ Multiplier par 5 ($5N$) $\rightarrow$ Ajouter 4 : $5N + 4$.
- **Programme 2 :** Choisir un nombre $\rightarrow$ Ajouter 4 ($N + 4$) $\rightarrow$ Multiplier par 5 : $5(N + 4)$.
- **Programme 3 :** Choisir un nombre $\rightarrow$ Soustraire 7 ($N - 7$) $\rightarrow$ Doubler le résultat : $2(N - 7)$.
- **Programme 4 :** Choisir un nombre $\rightarrow$ Calculer son triple ($3N$) $\rightarrow$ Soustraire 7 : $3N - 7$.

Exercice 7 & 8 : Retrouver les programmes et formules associées

- • Expression $5 \times x + 3$: Multiplier x par 5, puis ajouter 3.
- • Expression $5 + x \times 3$: Multiplier x par 3, puis ajouter 5 (selon les priorités opératoires).
- • Expression $(5 + x) \times 3$: Ajouter 5 à x, puis multiplier le résultat par 3.
- • Expression $5 + x + 3$: Ajouter 5 et 3 à x, soit $x + 8$.

Exercice 9 : Analyse détaillée d'un programme de calcul

> Programme : Choisir un nombre → Ajouter 5 → Multiplier par 3 → Soustraire le double du nombre de départ.

1. Vérification avec 1 au départ :

• Ajouter 5 : $1 + 5 = 6$
• Multiplier par 3 : $6 \times 3 = 18$
• Soustraire le double de 1 : $18 - (2 \times 1) = 18 - 2 = \mathbf{16}$. On trouve bien 16.

2. Calcul avec 3 au départ :

• Ajouter 5 : $3 + 5 = 8$
• Multiplier par 3 : $8 \times 3 = 24$
• Soustraire le double de 3 : $24 - (2 \times 3) = 24 - 6 = \mathbf{18}$.

3. Expression littérale générale avec x :

$(x + 5) \times 3 - 2 \times x = 3x + 15 - 2x = \mathbf{x + 15}$.
Conclusion : Ce programme donne toujours le nombre de départ augmenté de 15 !

Fiche 2 : Problèmes de modélisation et formules

Problème 1 : Hauteur dans l'immeuble ($h = 1 + 2{,}5n$)

• Au 2e étage ($n = 2$) : $h = 1 + 2{,}5 \times 2 = 1 + 5 = \mathbf{6}$ mètres.
• Au 10e étage ($n = 10$) : $h = 1 + 2{,}5 \times 10 = 1 + 25 = \mathbf{26}$ mètres.

Problème 2 : Pointures de chaussures (France et USA)

1. Système français ($P = 1{,}5 \times L + 2$) :

• Juliette ($L = 22$ cm) : $P = 1{,}5 \times 22 + 2 = 33 + 2 = \mathbf{35}$.
• Louis ($L = 24$ cm) : $P = 1{,}5 \times 24 + 2 = 36 + 2 = \mathbf{38}$.

2. Système américain ($P = 3 \times L \div 2{,}54 - 22$) :

• Juliette : $P = 3 \times 22 \div 2{,}54 - 22 = 66 \div 2{,}54 - 22 \approx 25{,}98 - 22 \approx \mathbf{4}$ (soit taille US 4 / femme 5,5).
• Louis : $P = 3 \times 24 \div 2{,}54 - 22 = 72 \div 2{,}54 - 22 \approx 28{,}35 - 22 \approx \mathbf{6{,}5}$ (soit taille US 6,5).

Problème 3 : La formule des polyèdres de Samy ($S = F + 2$)

1. Que représentent S et F ?

S représente le nombre de **sommets** et F le nombre de **faces** du solide.

2. Test de validité :

• **Pavé droit :** 6 faces et 8 sommets. On calcule $F + 2 = 6 + 2 = 8 = S$. La formule est **vraie** pour le pavé droit.
• **Pyramide à base carrée :** 5 faces et 5 sommets. On calcule $F + 2 = 5 + 2 = 7 \neq 5$. La formule est **fausse** pour cette pyramide !
Note : La formule générale correcte pour les polyèdres est la relation d'Euler $S - A + F = 2$ où A est le nombre d'arêtes.

Problème 4 : Indice de Masse Corporelle (IMC) et poids idéal

1. Calcul de l'IMC : $\text{IMC} = \frac{p}{t \times t}$ (taille t en mètres, poids p en kg) :

• Antoine ($p = 55\ \text{kg}$, $t = 1{,}60\ \text{m}$) :
$\text{IMC} = \frac{55}{1{,}60 \times 1{,}60} = \frac{55}{2{,}56} \approx \mathbf{21{,}5}\ \text{kg/m}^{\mathbf{2}}$.
Sa corpulence est normale (seuil santé compris entre 18,5 et 25).

• Danielle ($p = 60\ \text{kg}$, $t = 1{,}54\ \text{m}$) :
$\text{IMC} = \frac{60}{1{,}54 \times 1{,}54} = \frac{60}{2{,}3716} \approx \mathbf{25{,}3}\ \text{kg/m}^{\mathbf{2}}$.
Elle se situe en légère surcharge pondérale (légèrement supérieur à 25).

2. Formule de Lorentz pour le poids idéal (taille t en cm) :

Pour un homme : $\text{Poids idéal} = t - 100 - \frac{t-150}{4}$.
Pour Antoine ($t = 160\ \text{cm}$) :
$\text{Poids idéal} = 160 - 100 - \frac{160-150}{4} = 60 - \frac{10}{4} = 60 - 2{,}5 = \mathbf{57{,}5}\ \text{kg}$.

Problème 5 : Châteaux de sable triangulaires

1. Château de 4 étages :

Nombre de pâtés : $1 + 2 + 3 + 4 = \mathbf{10}$ pâtés.

2. Château de 8 étages :

Nombre de pâtés : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = \mathbf{36}$ pâtés.

3. Formule générale pour n étages :

Il s'agit de la somme des entiers de 1 à n (nombres triangulaires) :
$\text{Nombre de pâtés} = \frac{n \times (n+1)}{2}$.
Vérification pour $n = 4$: $\frac{4 \times 5}{2} = 10$. *Pour $n = 8$:* $\frac{8 \times 9}{2} = 36$.

4. Pour un château de 500 étages :

$\frac{500 \times 501}{2} = 250 \times 501 = \mathbf{125\,250}$ pâtés de sable.

Fiche 3 : Pyramides additives et réductions

Exercice 1 & 2 : Pyramide additive et justification de Mathys

Règle : chaque brique supérieure est la somme des deux briques immédiatement inférieures.
Si on note x la valeur de la case de départ :
En développant et réduisant l'expression algébrique de la case sommitale, les termes en x s'annulent ($x - x = 0x$).
Le résultat final est une constante numérique égale à 33, indépendamment de la valeur de départ x.
L'affirmation de Mathys est donc **exacte et rigoureusement prouvée**.

Exercice 4 : Réduction et simplification d'écritures (Séries A, B, C)

Série A :

- $6 \times a = \mathbf{6a}$
- $d \times 3 = \mathbf{3d}$
- $a \times 1 = \mathbf{a}$
- $x + x = \mathbf{2x}$
- $12a + 14b$: Ne se réduit pas (lettres distinctes)
- $5 + 2a + 6 + 2b = \mathbf{2a + 2b + 11}$
- $7 \times 4x + 1 = \mathbf{28x + 1}$

Série B :

- $y \times 3 = \mathbf{3y}$
- $a \times b = \mathbf{ab}$
- $m \times 1 = \mathbf{m}$
- $0 \times d = \mathbf{0}$
- $a + 2a = \mathbf{3a}$
- $3x - 2x + x = \mathbf{2x}$
- $a + 2b + 3a + 4b = \mathbf{4a + 6b}$

Série C :

- $2 \times 5 \times d = \mathbf{10d}$
- $3 \times e \times 8 = \mathbf{24e}$
- $g \times 8 \times 9 = \mathbf{72g}$
- $2 \times a + 5 \times c = \mathbf{2a + 5c}$
- $a \times d + 5 \times 8 = \mathbf{ad + 40}$
- $0 \times u + 1 \times m = 0 + m = \mathbf{m}$
- $2 \times 2x + 2 \times 2b + 2 = \mathbf{4x + 4b + 2}$

Fiche Entraînement : Évaluation et Tests d'égalité

Exercice 1 : QCM

- • La formule $4x$ s'écrit aussi : $4 \times x$.
- • Le triple de b s'écrit : $3b$.
- • Le produit de a par 4 s'écrit : $4a$.
- • La somme de a et de b s'écrit : $a + b$.

Exercices 7 & 8 : Tester la validité d'une égalité

> Méthode Cycle 4 : Pour tester si une égalité est vérifiée, on calcule séparément le membre de gauche et le membre de droite pour les valeurs données.

Exercice 7 : Tester $5(x+1) = 8 + 2x$ pour $x = 1$:

• Membre de gauche : $5 \times (1+1) = 5 \times 2 = 10$.
• Membre de droite : $8 + 2 \times 1 = 8 + 2 = 10$.
Les deux membres sont égaux ($10 = 10$), donc **l'égalité est vraie pour $x = 1$**.

Exercice 8 : Tester $5x + y = x + 7y$ pour $x = 3$ et $y = 2$:

• Membre de gauche : $5 \times 3 + 2 = 15 + 2 = 17$.
• Membre de droite : $3 + 7 \times 2 = 3 + 14 = 17$.
Les deux membres sont égaux ($17 = 17$), donc **l'égalité est vraie pour $x = 3$ et $y = 2$**.